# Wie weit ist es zu den Sternen? – Die Parallaxe

Der uns am nächsten gelegene Fixstern heißt Alpha Centauri und ist etwa 4,2 Lichtjahre von uns entfernt. Der am nächtlichen Himmel gut sichtbare Fixstern Wega ist ca. 20 Lichtjahre entfernt. Diese sind uns relativ ‚nahe' gelegen. Die Entfernung der meisten am Himmel sichtbaren Sterne liegt im Bereich von zwei- oder dreistelligen Lichtjahren. Innerhalb unserer Galaxis sind die meisten Sterne aber tausende von Lichtjahren entfernt. Einzelne Sterne in anderen Galaxien sind mit ‚normalen' Teleskopen nicht zu erkennen.

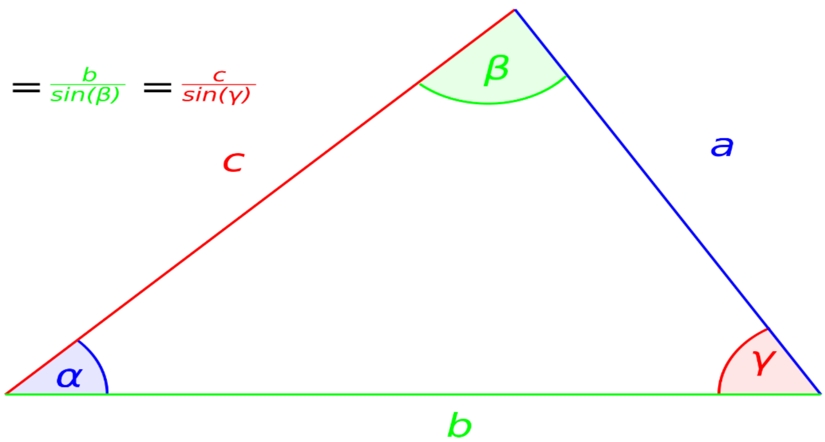
Wie weit sind nun 4,2 Lichtjahre? Nach Albert Einstein kann nichts schneller sein als das Licht. Das Licht legt in einer Sekunde 300 000 km zurück. Das entspricht der Entfernung, die ein Flugkörper zurücklegen müsste, der siebeneinhalbmal die Erde umkreist.

Ein Lichtjahr ist die Entfernung, die das Licht in einem Jahr zurücklegt. Das Jahr hat 3600 x 24 x 365 Sekunden = 31 536 000 Sekunden. Das sind 31536000 x 300 000 km, was eine Zahl von 9,46 x $10^{12}$ oder **9,46 Billionen km** ergibt. Ein Raumschiff, welches mit 40 000 km/h unterwegs wäre, benötigte dafür 27 000 Jahre. Um mit dieser Geschwindigkeit zu Alpha Centauri und zurückzufliegen, würde das Raumschiff 226 800 Jahre brauchen.

Es soll aber hier nicht um Reisen zu den Sternen gehen, sondern darum, woher man überhaupt weiß, wie weit die Sterne entfernt sind. Es gibt verschieden Methoden, Entfernungen zu bestimmen. Die einfachste ist, das Messen mit einem Maßband oder ähnlichem. Wenn man seine Schrittlänge kennt, kann man die Schritte zu einem Ziel zählen und dadurch die Entfernung bestimmen. Da man weiß, wie schnell sich der Schall ausbreitet, kann man anhand der Resonanzdauer die Entfernung zu einem Objekt berechnen (Echolot). Ähnlich funktioniert das auch durch die Reflexion einer Lichtquelle. Auch wenn man die Verbindung zum Zielobjekt nicht direkt herstellen kann, kennt man aus der Mittelstufe die Möglichkeit, die Höhe eines Baumes oder eines Gebäudes durch Winkelfunktion zu bestimmen. Wir stellen uns stellen uns dazu in einer bestimmten Entfernung zu diesem Objekt und messen mit einem Winkelmesser den Winkel zwischen der waagerechten Entfernung und der Spitze des Objekts. Dann können wir mit dem Tangens des Winkels die Höhe zwischen dem Winkelmesser und der Spitze berechnen. Ähnlich funktioniert das auch mit dem Strahlensatz. Etwas aufwändiger wird es, wenn man die Entfernung zwischen sich und dem Fuß des Objekts schlecht messen kann, weil es zu weit entfernt ist, oder etwa im Wasser steht. In diesem Fall kann man das Problem mit Hilfe des **Sinussatzes** lösen.

Sinussatz

$$\frac{a}{\sin(\alpha)} = \frac{b}{\sin(\beta)} = \frac{c}{\sin(\gamma)}$$




Aufgelöst nach c: $c = \frac{\sin\gamma \cdot b}{\sin\beta}$

Beispiel:

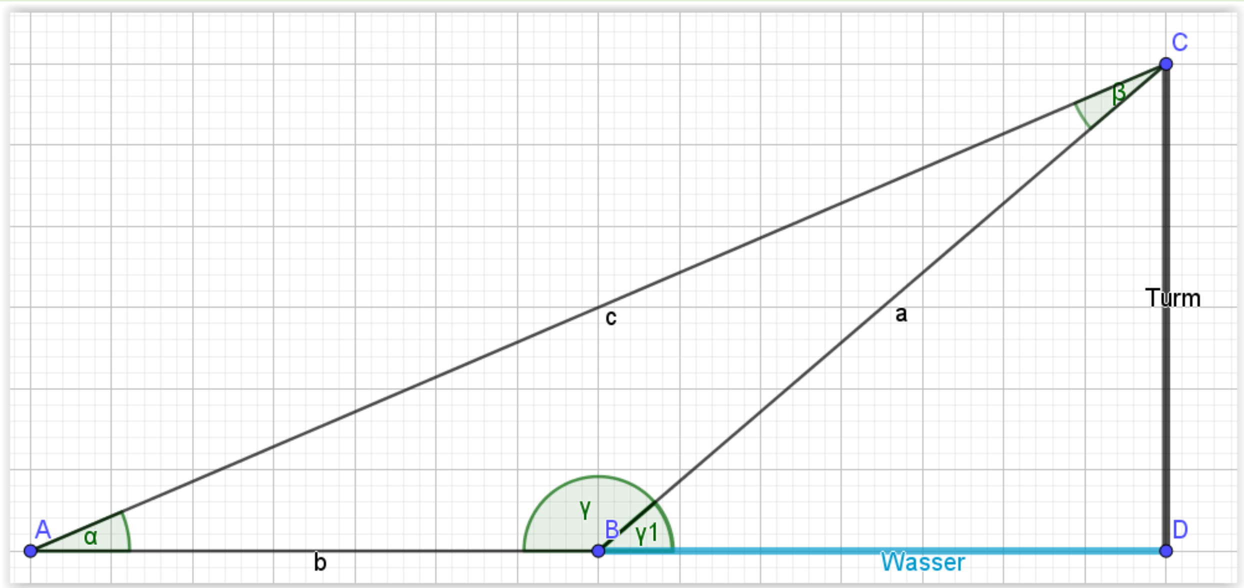
b sei 50 cm, α = 30˚, γ = 40˚.   Daraus ergibt sich β = 110˚

Die Länge c ist dann: $\frac{\sin 40 \cdot 50}{\sin 110} = \frac{0{,}6428 \cdot 50}{0{,}9397}$ = 34,2 cm

Ein weiteres praktisches Beispiel:

In einem See steht ein Turm. Wir wollen die Höhe diese Turmes bestimmen.

Dazu stellen wir uns an einen Punkt A und peilen die Spitze des Turms C mit einem Winkelmesser an. Der Winkel α beträgt 22˚. Dann gehen wir 50 Meter bis zum Seeufer und peilen die Spitze des Turms erneut an. Der Winkel γ1 beträgt 43˚.




Anhand von γ1 können wir γ bestimmen:  180˚ – 43˚ = 137˚.
Dann ergibt sich β aus 180 ˚ - 22˚ - 137˚ = 21˚

Mithilfe des Sinussatzes können wir jetzt die Dreieckseite c oder b ausrechnen.
c = $\frac{\sin 137 \cdot 50}{\sin 21} = \frac{0{,}682 \cdot 50}{0{,}3584}$ = 95,15 m

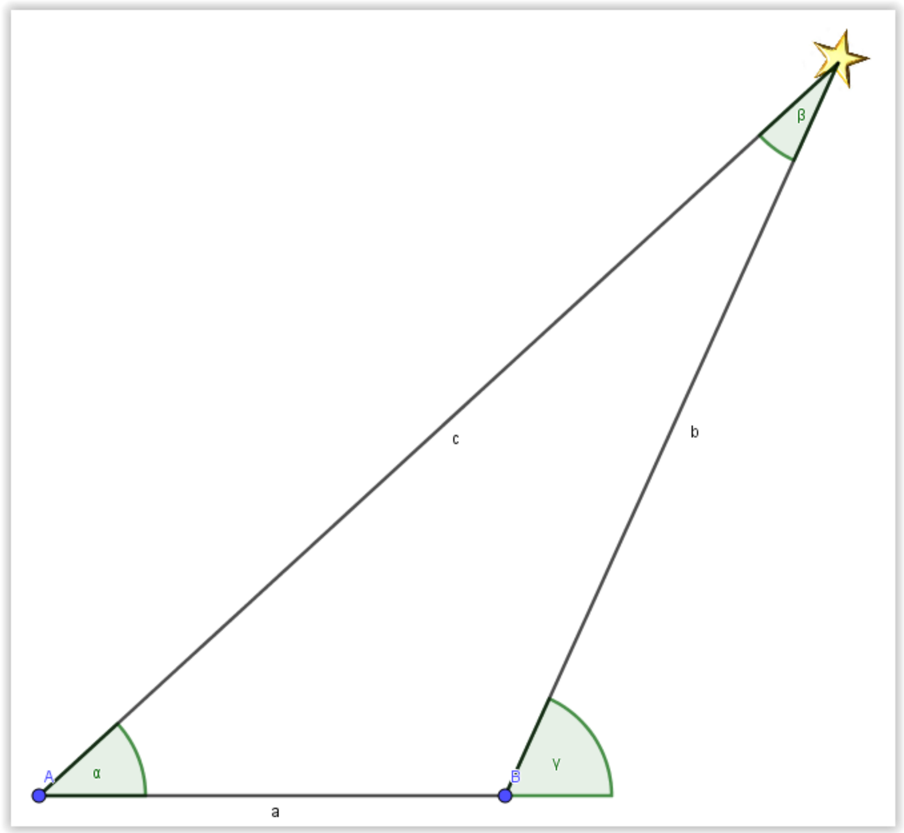
Die Gegenkathete des großen rechtwinkligen Dreiecks ist die Höhe des Turms. Diese können wir mit dem Sinus berechnen. *sin* α= $\frac{Gegenkathete}{Hypothenuse}$  oder $Gegenkathete = \sin\alpha \cdot Hypothenuse$

Höhe des Turms = sin 22 · 95,15 = **35,64 m**

Im Prinzip funktioniert die Berechnung der Entfernung von Sternen auf die gleiche Art. Man benötigt lediglich die Länge einer Strecke und zwei Winkel, unter denen man den Stern beobachtet. Das wussten sogar schon Mathematiker und Astronomen im alten Griechenland.

Betrachten wir zunächst einen Stern unter völlig unrealistischen Angaben und berechnen seine Entfernung.

Vom Punkt A aus beobachtet der Astronom den Stern in einem Winkel α von 35˚. Dann fährt er 1000 km weiter (Stecke a)zum Punkt B und beobachtet den Stern aus einem Winkel γ von 50˚




Da es kein rechtwinkliges Dreieck gibt, kann man nicht einfach eine Winkelfunktion anwenden, sondern muss, wie oben, den Sinussatz benutzen.
Der ergänzende Winkel zu γ beträgt 130˚. Daraus folgt, dass β = 15˚ ist.

Dann ergibt sich für die Entfernung c: $\frac{\sin 130 \cdot 1000}{\sin 15}$ = **2959,77 km**

Berechnet man die Entfernung des Sterns vom Standpunkt B aus, ergibt sich:

$\frac{\sin 35 \cdot 1000}{\sin 15}$ = **2216,13 km.**

An den Ergebnissen erkennt man, dass die dieses Beispiel nicht der Realität entspricht. Sterne sind viel weiter entfernt als 2000 – 3000 km. Außerdem kann es nicht sein, dass sich derart unterschiedliche Entfernungen ergeben, wenn man von zwei verschiedenen Standorten aus misst.

Was muss sich ändern, wenn man ein realistisches Beispiel konstruieren möchte?

Um eine Entfernung zu erhalten, die die Dimension von Lichtjahren hat, welches mehreren Billionen Kilometern entspricht, muss der Nenner des Bruches sehr, sehr klein werden. Dies kann nur geschehen, wenn der Winkel β ebenfalls sehr, sehr klein wird. Damit man diesen aber überhaupt noch messen kann, muss die Seite a des Dreiecks (also der Abstand der beiden Punkte, von denen aus gemessen wird) noch viel größer sein, so dass man dies auf der Erde nicht mehr durchführen kann.

Es ist bekannt, dass die Erde die Sonne im Laufe eines Jahres einmal umkreist. Der Abstand der Erde zur Sonne beträgt 150 Millionen Kilometer (man bezeichnet diese Entfernung auch als **Astronomische Einheit AE**). Damit beträgt der Durchmesser der Erdumlaufbahn ca. 300 Millionen Kilometer.

Misst man den Beobachtungswinkel eines Sternes in einem zeitlichen Abstand von genau 6 Monaten, so hat man eine Entfernung zwischen diesen beiden Punkten von 300 Millionen Kilometern. Trotz dieses großen Abstandes wird sich der Winkel in nur sehr geringem Maße unterscheiden, weil die Entfernung zu anderen Sternen um ein Vielfaches größer ist als der Abstand der Erde zur Sonne.

Bei der Entfernungsmessung zu Sternen, die nicht sehr weit entfernt sind (bis ca. 1000 Lichtjahre) wird dieser Abstand zwischen den beiden Messpunkten zugrunde gelegt. Die Entfernung ergibt sich dann aus dem Winkel β zwischen den beiden Schenkeln des Dreiecks. Dieser Winkel wird als die **Parallaxe** bezeichnet.
Der Parallaxenwinkel ist aber immer ein sehr, sehr kleiner Winkel, der in **Bogensekunden** oder **Millibogensekunden** gemessen wird.

(1 Grad = 60 Bogenminuten, 1 Bogenminute = 60 Bogensekunde, 1 Millibogensekunde = 1/1000 Bogensekunden), d. h. 1/3 600 000 Grad.

<u>Beispiel:</u>

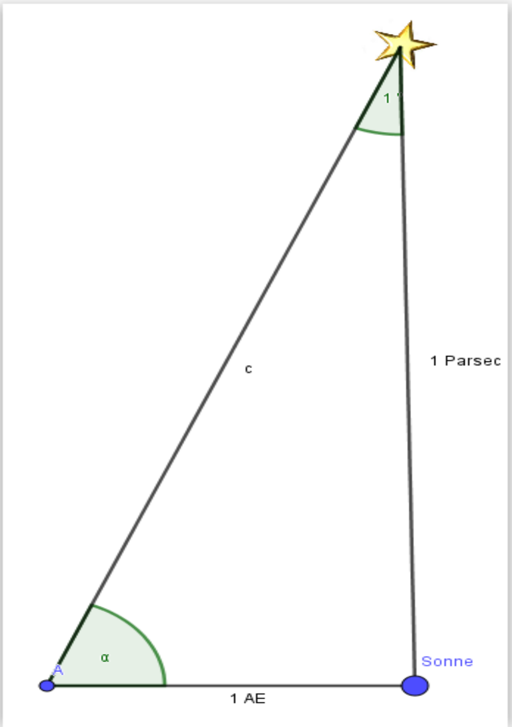
Am 1. Januar wird der Winkel αzu einem Stern mit 80˚ gemessen. Am 1. Juli misst man den Stern in einem Winkel γ von 80,0001˚. Wie weit ist dieser Stern entfernt.

Der ergänzende Winkel zu γ beträgt 99,9999˚. Damit ergibt sich der Winkel β mit 0,0001˚ (360 Millibogensekunden).

Daraus ergibt sich eine Entfernung in Mio km: $\frac{\sin 99{,}9999 \cdot 300}{\sin 0{,}0001}$ = **169 276 035 Millionen km,** oder 169 Billionen km, was etwa 18 Lichtjahren entspricht.

Je weiter ein Stern entfernt ist, desto kleiner ist die Parallaxe. Dann stoßen auch die genauesten Messgeräte an ihre Grenzen. Verbessern kann man dies nur dadurch, dass man den Abstand der beiden Messpunkte noch weiter vergrößert. Dies ließe sich beispielsweise durch Messinstrumente auf dem Mars erreichen, da der Mars eine größere Umlaufbahn um die Sonne hat.

Weitaus bessere Ergebnisse verspricht man sich vom Weltraumteleskop **Gaia**, welches Parallaxen von bis zu 30 000 Lichtjahren messen können soll.




Ein häufig auftauchender Begriff im Zusammenhang mit der Parallaxenmessung heißt **Parsec** als Abkürzung für Parallaxensekunde. In astrowissenschaftlicher Literatur oder in Science-Fiction-Romanen wird er oft verwendet. Eine Parsec entspricht einer Entfernung von 3,26 Lichtjahren oder $3{,}1 \cdot 10^{13}$ km.

Diese Entfernung ergibt sich, wenn der Stern genau senkrecht über der Sonne steht und der Winkel β zwischen dem Beobachtungspunkt und der Sonne eine Bogensekunde beträgt.

In diesem Fall ergibt sich ein rechtwinkliges Dreieck mit der Gegenkathete in der Länge einer AE (150 Mio. km). Die Entfernung lässt sich dann einfach über den Tangens berechnen.

Es gibt auch andere Möglichkeiten, Entfernungen zu Sternen zu messen. Diese verwenden die Leuchtkraft der Sterne. Da die Intensität der Leuchtkraft mit dem Quadrat der Entfernung abnimmt, kann man dadurch auf die Entfernung schließen.

Allerdings beschränke ich mich, wie fast immer, auf mathematische Methoden, die mit den Kenntnissen der Mittel- und Oberstufe nachzuvollziehen sind.

<u>Zusammenfassung der Begriffe</u>

| | |
|---|---|
| **Astronomische Einheit AE:** | mittlerer Abstand Erde – Sonne = 150 Millionen km |
| **Bogensekunde:** | 1 Grad = 60 Bogenminuten, 1 Bogenminute = 60 Bogensekunden<br>1 Bogensekunde = 1/3600 Grad |
| **Lichtjahr:** | Entfernung, die das Licht in einem Jahr zurücklegt.<br>Das Licht legt in einer Sekunde 300 000 km zurück, in einem Jahr ca. 9,46 Billionen ($9{,}46 \times 10^{12}$ )km. |
| **Millibogensekunde:** | 1/1000 Bogensekunde |
| **Parallaxe**: | Vom Stern aus betrachtet, der Winkel zu zwei unterschiedlichen Beobachtungspunkten. Diese liegen bei der üblichen Entfernungs-messung 2 AE (300 Mio. km) auseinander. |
| **Parsec (Parallaxensekunde):** | Wenn der Winkel vom Stern aus betrachtet zwischen der Sonne und einem Beobachtungspunkt auf der Erde eine Bogensekunde beträgt, entspricht dies einer Entfernung des Sterns zur Sonne von einer Parsec = 3,26 Lichtjahre |